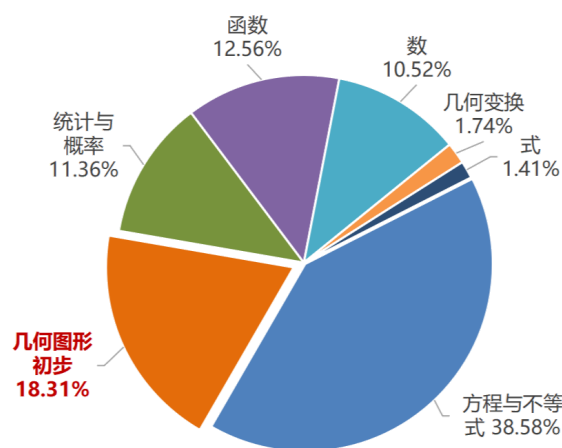


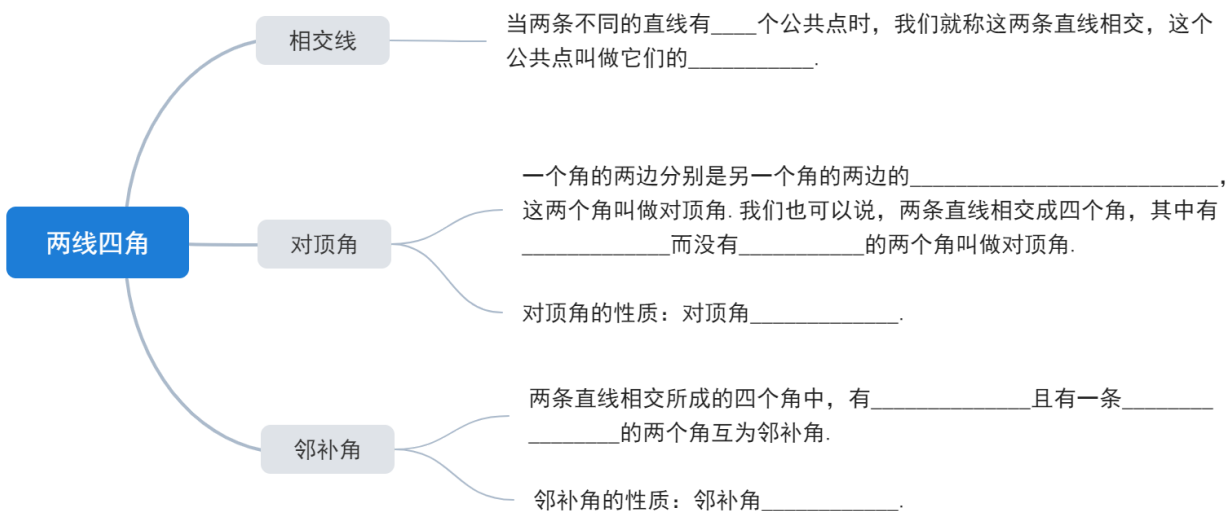
第1讲 相交线与三线八角

相交线与平行线属于人教版第五章的内容，这部分的易错点为“三线八角”的判别、平行线性质与判定，难点为规律探究以及平行性质与判定的综合；是期中、期末考试的高频考点，在期末考试中除单独考查外，也常与后面学习的平面直角坐标系进行综合，难度较大，故这部分我们分为《相交线与平行线初步》、《相交线与平行线》、《几何模型与等积变换》、《平面直角坐标系与几何综合》四个模块。本模块为《相交线与平行线》，旨在帮助学生掌握平行线的性质与判定并熟练应用，为后续综合模块奠定基础。

本模块难度适中，适用于相交线与平行线的基础认知与短期突破，本模块分为相交线与三线八角、平行线的性质和判定2讲内容，帮助学生了解相交线与平行线的常见题型，掌握这部分的解题思路。



一、两线四角

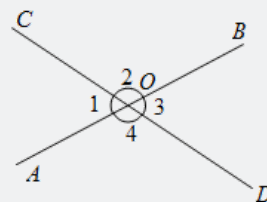


【教法备注】

1、相交线：

当两条不同的直线有一个公共点时，我们就称这两条直线相交，这个公共点叫做它们的交点。

如图：直线 AB 和直线 CD 相交，交点是点 O 。



2、对顶角：

一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，这两个角叫做对顶角。

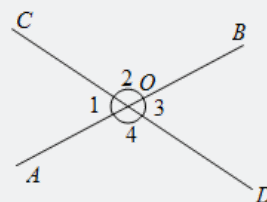
我们也可以说，两条直线相交成四个角，其中有公共顶点而没有公共边的两个角叫做对顶角。

如图， $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互为对顶角； $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 互为对顶角。

对顶角的性质：对顶角相等。

总结：

①有公共顶点；②两个角的两边互为反向延长线。



3、邻补角：

两条直线相交所成的四个角中，有公共顶点且有一条公共边的两个角互为邻补角。

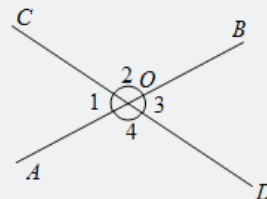
如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为邻补角； $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 互为邻补角。

邻补角的性质：邻补角互补。

总结：

①有公共顶点；②其中一边是公共边；③另一边互为反向延长线。

邻补角与补角对比：



对比		邻补角	补角
	位置	相邻	没有位置要求
	数量	两个角的和为 180°	两个角的和为 180°

5、规律探究：

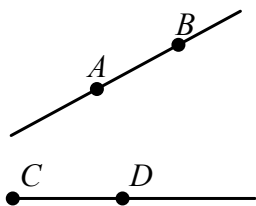
n 条直线相交，最少有1个交点，最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点.

n 条直线两两相交，可形成 $n(n-1)$ 对对顶角， $2n(n-1)$ 对邻补角.

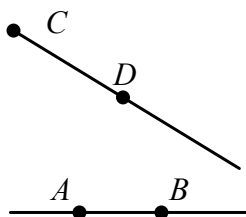
|| 例题

1. 根据直线、射线、线段各自的性质，如下图所示，能够相交的是（ ）.

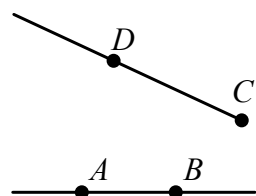
A.



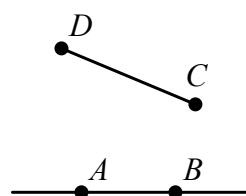
B.



C.



D.

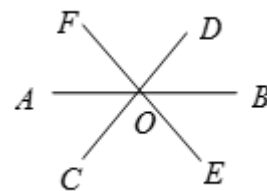


【答案】 B

【解析】 由直线、射线、线段各自的性质知B图会相交.

【标注】 【知识点】 直线、射线、线段的区别与联系

2. 如图，直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O ，则 $\angle AOD$ 的对顶角是 _____， $\angle AOC$ 的邻补角是 _____.



【答案】 $\angle BOC$ ； $\angle AOD$ ， $\angle BOC$

【解析】根据对顶角和邻补角的定义可得出．

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

【重点强调】

2017~2018学年天津河北区初一下学期期中第一学片

 练习

3. 下列说法错误的是（ ）．

- A. 互补的两个角互为邻补角
- B. 如果两个角互为邻补角，那么它们一定互为补角
- C. 邻补角是相互的，是成对出现的，是具有特殊位置关系的两个互补的角
- D. 一个角的邻补角最多有两个，但一个角的补角可以有很多个

【答案】 A

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

4. 下列说法正确的是（ ）．

- ①相等的角是对顶角； ②相等且互补的两个角是直角；
- ③不相等的两个角不是对顶角； ④一个角的两个邻补角是对顶角；
- ⑤若两个角不是对顶角，则这两个角不相等；
- ⑥如果两个角有一组公共边，且它们的和是 180° ，则这两个角互为邻补角．

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 C

【解析】 ②③④正确．

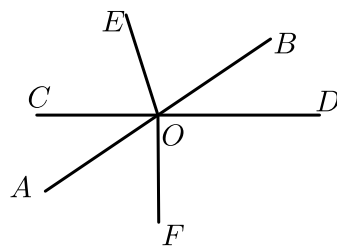
- ①对顶角相等，相等的角不一定是对顶角；
 - ⑤若两个角不是对顶角，这两个角也可以相等；
 - ⑥两个角有一公共边，和为 180° ，不一定为邻补角．
- 故选C．

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数



例题

5. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOC$ ， $\angle FOD = 90^\circ$ ，若 $\angle BOD : \angle BOE = 1 : 2$ ，则 $\angle AOF$ 的度数为（ ）。



- A. 70° B. 75° C. 60° D. 54°

【答案】 D

【解析】 $\because \angle BOD : \angle BOE = 1 : 2$ ， OE 平分 $\angle BOC$ ，
 $\therefore \angle BOD : \angle BOE : \angle EOC = 1 : 2 : 2$ ，
 $\therefore \angle BOD = 36^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOC = 36^\circ$ ，
 又 $\because \angle COF = \angle DOF = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOF = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 。
 故选D。

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

练习

6. 如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O ， OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分，且 $\angle AOE : \angle EOC = 2 : 5$ 。

(1) 如图1，若 $\angle BOD = 70^\circ$ ，求 $\angle BOE$ 。

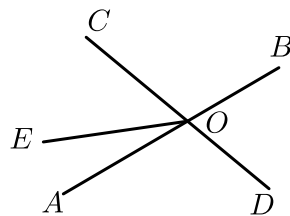


图1

(2) 如图2，若 OF 平分 $\angle BOE$ ， $\angle BOF = \angle AOC + 10^\circ$ ，求 $\angle EOF$ 。

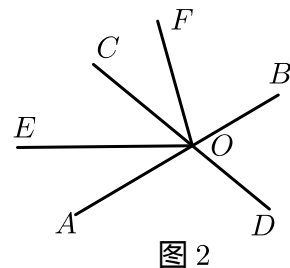


图 2

【答案】(1) 160° .

(2) 80° .

【解析】(1) $\because \angle BOD = 70^\circ$, 直线 AB 和 CD 相交于点 O ,

$$\therefore \angle AOC = 70^\circ , \angle BOC = 110^\circ ,$$

$$\text{又} \because \angle AOE : \angle EOC = 2 : 5 ,$$

$$\therefore \text{设} \angle AOE = 2x , \angle EOC = 5x ,$$

$$\therefore 2x + 5x = 70^\circ , \text{即} x = 10^\circ ,$$

$$\therefore \angle EOC = 5x = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle COE + \angle BOC = 50^\circ + 110^\circ = 160^\circ .$$

(2) 设 $\angle AOE = 2\alpha$, $\angle EOC = 5\alpha$, 则 $\angle BOF = 7\alpha + 10^\circ$,

$$\because OF \text{ 平分 } \angle BOE ,$$

$$\therefore \angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOE) = \frac{1}{2} (180^\circ - 2\alpha) ,$$

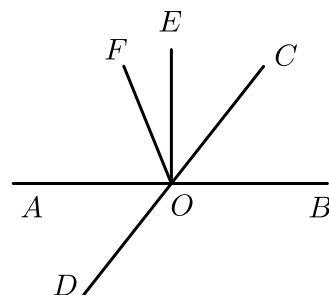
$$\therefore 7\alpha + 10^\circ = \frac{1}{2} (180^\circ - 2\alpha) ,$$

$$\text{解得} \alpha = 10^\circ ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOF = 70^\circ + 10^\circ = 80^\circ .$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

7. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , $\angle BOE$ 为直角, OF 平分 $\angle AOC$, $\angle EOC = \frac{2}{7} \angle AOC$, 算一算 $\angle DOF$ 的度数 .



【答案】 117° .

【解析】 设 $\angle AOC = 7x$,

$$\therefore \angle EOC = \frac{2}{7} \angle AOC ,$$

$$\therefore \angle EOC = 2x ,$$

$\therefore \angle BOE$ 为直角 ,

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ ,$$

$$\text{又} \therefore \angle BOC = \angle BOE - \angle COE ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ - 2x ,$$

$\therefore AB$ 为一条直线 ,

$$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ ,$$

$$\text{得出} : 7x + 90^\circ - 2x = 180^\circ ,$$

$$\text{解得} x = 18^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC = 7x = 126^\circ , \angle BOC = 54^\circ ,$$

又 $\therefore OF$ 平分 $\angle AOC$, $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$ 互为对顶角 ,

$$\therefore \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOC = 63^\circ , \angle AOD = \angle BOC = 54^\circ ,$$

$$\angle FOD = \angle AOD + \angle AOF = 117^\circ .$$

故答案为 : 117° .

【标注】 【知识点】 角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

|| 例题

8. n 条直线两两相交形成 90 对对顶角、180 对邻补角, 则 $n =$ _____ .

【答案】 10

【解析】 n 条直线两两相交, 共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点, 每个交点两组对顶角, 四组邻补角,

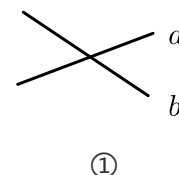
$$\text{所以} n(n-1) = 90, n = 10 .$$

【标注】 【知识点】 计算对顶角、邻补角度数

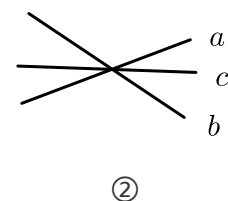
|| 练习

9. 观察下列图形, 寻找对顶角(不含平角) .

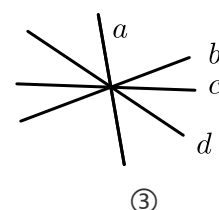
(1) 如图①, 图中共有 _____ 对对顶角 .



(2) 如图②，图中共有 _____ 对对顶角．



(3) 如图③，图中共有 _____ 对对顶角．



(4) 研究上面三个小题中直线条数与对顶角的关系，若有 n 条直线相交于一点，则可形成 _____ 对对顶角．

(5) 若有2017条直线相交于一点，则可形成 _____ 对对顶角．

【答案】 (1) 2

(2) 6

(3) 12

(4) $n^2 - n$

(5) 4066272

【解析】 (1) 2

(2) $2 + 4 = 6$

(3) $2 + 4 + 6 = 12$

(4) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2 (n - 1) = n^2 - n$

(5) $2017 \times 2016 = 4066272$.

【标注】 【知识点】对顶角、邻补角计数

10. A 、 B 为平面上两个不同的点，有 a 条直线经过 A 点而不过 B 点，有 b 条直线过 B 点而不过 A 点，且每条过 A 点的直线均与每条过 B 点的直线相交，每条直线被交点及 A 、 B 点分成若干段，则这 $a + b$ 条直线被分成总的段数为 () .

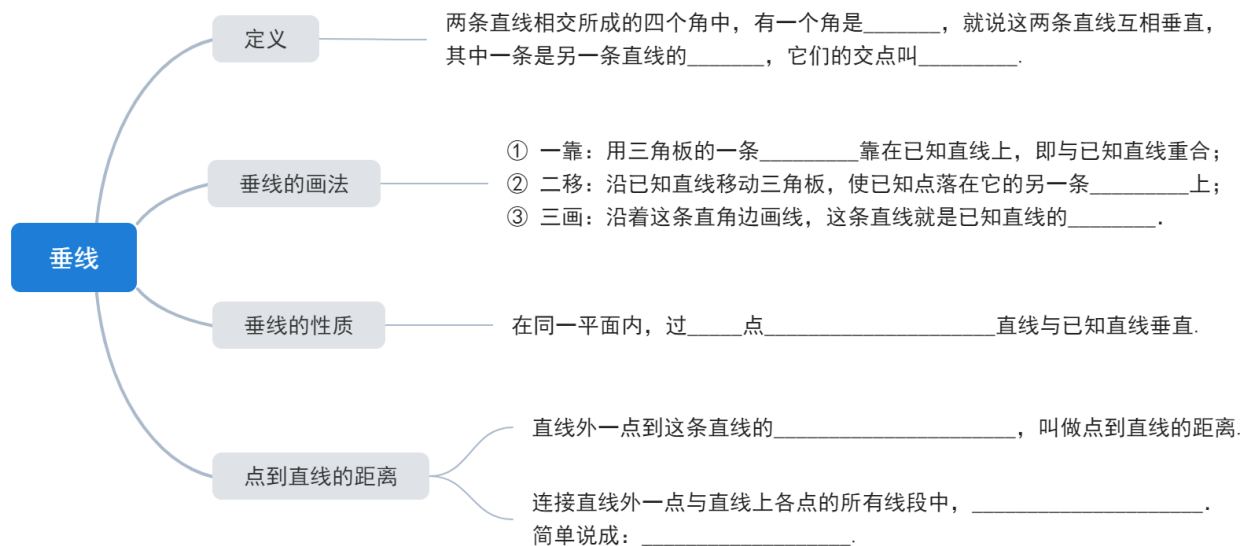
A. $2ab$ B. $(a+b)(b+1)$ C. $2(ab+a+b)$ D. $2(a+1)(b+1)$

【答案】C

【解析】每条过A点的直线上有b个交点，则每条直线被分成(b+2)段，同理每条过B点的直线被分成(a+2)段，则总数为 $a(b+2) + b(a+2) = 2(ab+a+b)$ 。

【标注】【知识点】相交线的交点问题找规律

二、垂线



【教法备注】

1、垂线的定义：

两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角，就说这两条直线互相垂直，其中一条是另一条直线的垂线，它们的交点叫垂足。如图，可以记作“ $AB \perp CD$ 于O”。

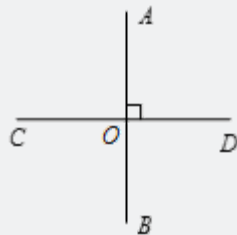
$\angle AOD = 90^\circ \Leftrightarrow AB \perp CD$ （垂直的定义）。

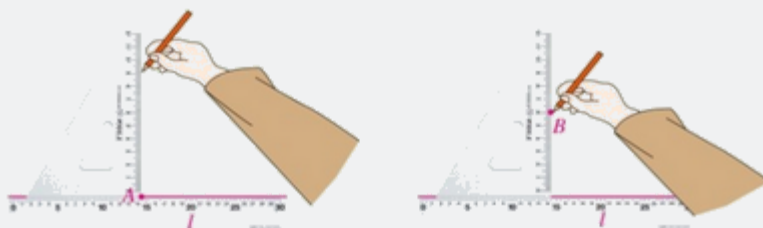
注意：

垂直是相交的一种特殊情况。

2、垂线的画法：

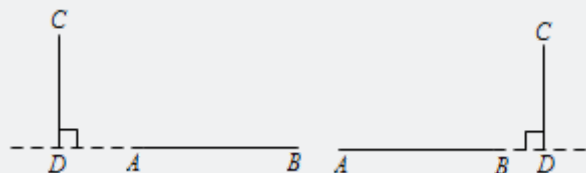
- ① 一靠：用三角板的一条直角边靠在已知直线上，即与已知直线重合；
- ② 二移：沿已知直线移动三角板，使已知点落在它的另一条直角边上；
- ③ 三画：沿着这条直角边画线，这条直线就是已知直线的垂线。





注意：

- ① 画一条线段或射线的垂线，就是画他们所在直线的垂线．
- ② 过一点作线段的垂线，垂足可以在线段上，也可以在线段的延长线上．



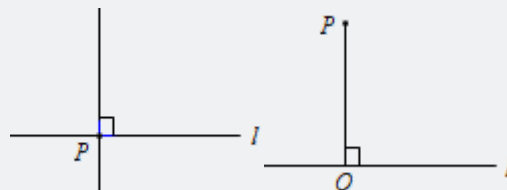
方法：辅助线一般画虚线，目标线一般画实线．

3、垂线的性质：

经过一点（已知直线上或直线外），能画出已知直线的一条垂线，并且只能画出一条垂线．即在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

注意：

- ① 这条性质中的“一点”可以在直线上，也可以在直线外，
- ② “有”表示存在，“只有”表示唯一，说明了垂线的存在性和唯一性．



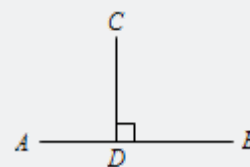
4、点到直线的距离：

（1）点到直线的距离：直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离．

如图， $AB \perp CD$ ，垂线段 CD 的长度即为点 C 到直线 AB 的距离．

注意：

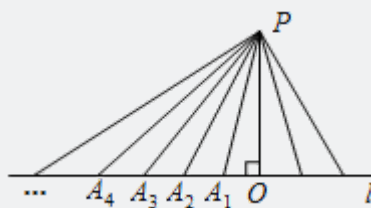
- ① 点到直线的距离是垂线段的长度，是一个数量．
- ② 不能说垂线段是距离，线段是图形，它们之间不能等同．



（2）垂线段最短

连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短．

简单说成：垂线段最短．



P 点与直线 l 上任意一点的连线中，垂线段 PO 最短．

实际问题中涉及线路最短问题时，其理论依据应从“两点之间，线段最短”和“垂线段最短”这两个中去选择．

例题

11. 两条直线相交所构成的四个角中：①有三个角都相等；②有一对对顶角互补；③有一个角是直角；④有一对邻补角相等，其中能判定这两条直线垂直的有（ ）．
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 D

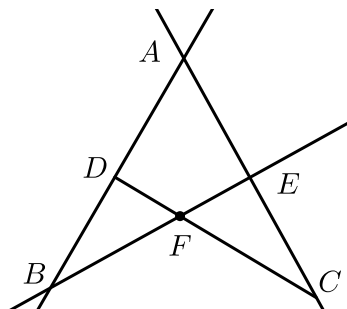
【解析】 (1) 有三个角都相等，能判定互相垂直；
(2) 有一对对顶角互补，可计算出夹角是 90° ，可以判定垂直；
(3) 有一个角是直角，可以判定垂直；
(4) 有一对邻补角相等，可以判定垂直．

【标注】 【知识点】 垂线段的定义

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区天津市津英中学初一下学期月考第4题

12. 如图，点 D 在 AB 上， $BE \perp AC$ ，垂足为 E ， BE 交 CD 于点 F ，则下列说法错误的是（ ）．



- A. 线段 AE 的长度是点 A 到直线 BE 的距离 B. 线段 CE 的长度是点 C 到直线 BE 的距离
C. 线段 FE 的长度是点 F 到直线 AC 的距离 D. 线段 FD 的长度是点 F 到直线 AB 的距离

【答案】 D

【解析】 A选项：因为 $BE \perp AC$ ，所以线段 AE 的长度是点 A 到直线 BE 的距离，说法正确，故本选项错误．
B选项：因为 $BE \perp AC$ ，所以线段 CE 的长度是点 C 到直线 BE 的距离，说法正确，故本选项错误．
C选项：因为 $BE \perp AC$ ，所以线段 FE 的长度是点 F 到直线 AC 的距离，

说法正确，故本选项错误．

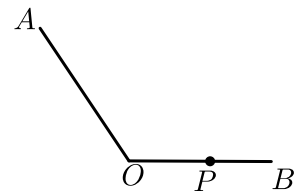
D选项：当 $CD \perp AB$ 时，线段 FD 的长度是点 F 到直线 AB 的距离，

说法错误，故本选项正确．

故选：D．

【标注】【知识点】垂线段最短

13. 作图并填空：如图，在 $\angle AOB$ 中，点 P 在边 OB 上．



(1) 过点 P 分别作直线 OB 、直线 OA 的垂线，交直线 OA 于点 M 、 N ．

(2) 点 P 到直线 OA 的距离是线段 _____ 的长度．

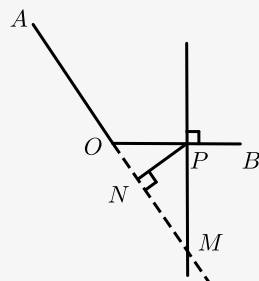
(3) 点 O 到直线 PN 的距离是线段 _____ 的长度．

【答案】(1) 图画见解析．

(2) PN

(3) ON

【解析】(1) 如图所示：

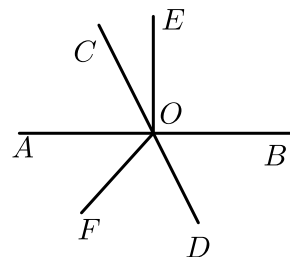


(2) 点 P 到直线 OA 的距离是线段 PN 的长度．

(3) 点 O 到直线 PN 的距离是线段 ON 的长度．

【标注】【知识点】垂线与垂线段的作图

14. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OE \perp AB$ ．



- (1) 直接写出图中 $\angle AOC$ 的对顶角： _____ , $\angle EOC$ 的邻补角： _____ .
 (2) 如果 $\angle BOD = 2\angle COE$, OF 平分 $\angle AOD$, 求 $\angle AOF$ 的度数 .

【答案】 (1) $\angle BOD$; $\angle EOD$

(2) $\angle AOF$ 的度数为 60° .

【解析】 (1) $\angle AOC$ 的对顶角为 $\angle BOD$,
 $\angle EOC$ 的邻补角为 : $\angle EOD$.
 故答案为 : $\angle BOD$; $\angle EOD$.

(2) $\because OE \perp AB$,
 $\therefore \angle EOB = 90^\circ$,
 $\because \angle BOD = 2\angle COE$,
 $\therefore$ 设 $\angle COE = x$, 则 $\angle BOD = 2x$,
 $\therefore x + 2x = 90^\circ$,
 解得 : $x = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle AOD = 120^\circ$,
 $\because OF$ 平分 $\angle AOD$,
 $\therefore \angle AOF$ 的度数为 60° .

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

练习

15. 下列说法正确的是 () .
- A. 有且只有一条直线垂直于已知直线
 - B. 从直线外一点到这条直线的垂线段 , 叫做这点到这条直线的距离
 - C. 相交的两条直线一定垂直
 - D. 直线 c 外一点 A 与直线 c 上各点连接而成的所有线段中 , 最短线段的长是 3cm , 则点 A 到直线 c 的距离是 3cm

【答案】D

【解析】A错误，有无数条直线垂直于已知直线．

B错误，线段的长度才是距离．

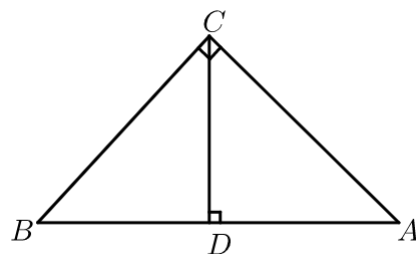
C错误，相交不一定垂直．

D正确，点到直线的距离是垂线段的长度．

【标注】【知识点】垂线的性质

16. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为点D，则下面的结论中，正确的有（ ）．

①BC与AC互相垂直；②AC与CD互相垂直；③点A到BC的垂线段是线段BC；④点C到AB的垂线段是线段CD；⑤线段BC是点B到AC的距离；⑥线段AC的长度是点A到BC的距离．



A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】B

【解析】 $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore AC \perp BC$ ，故①正确；

AC与DC相交不垂直，故②错误；

点A到BC的垂线段是线段AC，故③错误；

点C到AB的垂线段是线段CD，故④正确；

线段BC的长度是点B到AC的距离，故⑤错误；

线段AC的长度是点A到BC的距离，故⑥正确．

故选B．

【标注】【知识点】垂线段的定义

17. 按照下列要求完成作图及问题解答．

C

A

B

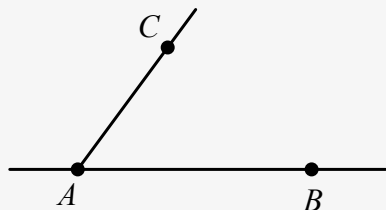
- (1) 分别作直线 AB 和射线 AC .
- (2) 作线段 BC , 取 BC 的中点 D .
- (3) 过点 D 作 AB 的垂线 , 交直线 AB 于点 E .

【答案】 (1) 答案见解析

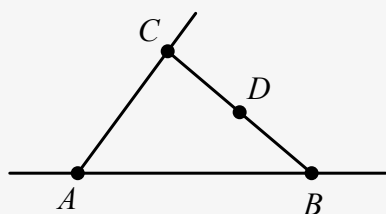
(2) 答案见解析

(3) 答案见解析

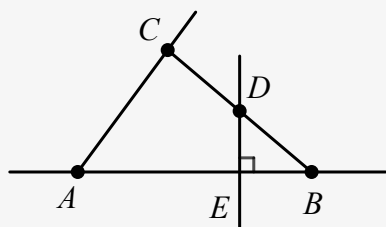
【解析】 (1) 如图 , 分别作直线 AB 和射线 AC .



(2) 如图 , 作线段 BC , 取 BC 的中点 D .



(3) 如图 , 过点 D 做直线 AB 的垂线 , 交直线 AB 于点 E .

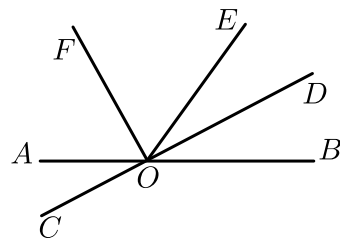


【标注】 【能力】分析和解决问题能力

【知识点】按要求作直线、射线和线段

【知识点】垂线

18. 如图 , 直线 AB 与 CD 相交于 O , OF , OD 分别是 $\angle AOE$, $\angle BOE$ 的平分线 .



- (1) 写出 $\angle DOE$ 的补角 .
- (2) 若 $\angle BOE = 62^\circ$, 求 $\angle AOD$ 和 $\angle EOF$ 的度数 .
- (3) 试问射线 OD 与 OF 之间有什么特殊的位置关系? 为什么?

【答案】 (1) $\angle COE$, $\angle AOD$, $\angle BOC$.

(2) $\angle AOD = 149^\circ$, $\angle EOF = 59^\circ$.

(3) 射线 OD 与 OF 互相垂直 .

【解析】 (1) $\angle DOE$ 的补角为: $\angle COE$, $\angle AOD$, $\angle BOC$.

(2) $\because OD$ 是 $\angle BOE$ 的平分线 ,

$$\therefore \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOE = 31^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 149^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle BOE = 118^\circ ,$$

又 $\because OF$ 是 $\angle AOE$ 的平分线 ,

$$\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOE = 59^\circ ,$$

$$\text{即 } \angle AOD = 149^\circ , \angle EOF = 59^\circ .$$

(3) 射线 OD 与 OF 互相垂直 . 理由如下 :

$\because OF$, OD 分别是 $\angle AOE$, $\angle BOE$ 的平分线 ,

$\therefore$

$$\angle DOF = \angle DOE + \angle EOF = \frac{1}{2} \angle BOE + \frac{1}{2} \angle EOA = \frac{1}{2} (\angle BOE + \angle EOA) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

,

$$\therefore OD \perp OF ,$$

即射线 OD , OF 的位置关系是垂直 .

【标注】 【能力】推理论证能力

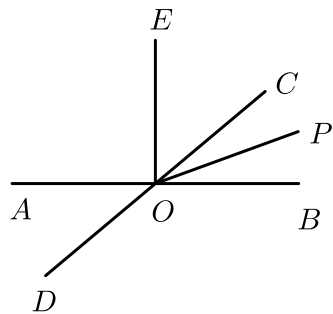
【知识点】邻补角的定义

【知识点】垂线的性质

【知识点】余角和补角

【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

19. 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， OP 是 $\angle BOC$ 的平分线， $OE \perp AB$ 。



(1) 图中除直角外，还有相等的角吗？请写出两对：

① _____ ； ② _____ 。

(2) 如果 $\angle AOD = 40^\circ$ 。

① 那么根据 _____ ，可得 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$ 。

② 因为 OP 是 $\angle BOC$ 的平分线，所以 $\angle COP = \frac{1}{2} \angle$ _____ $=$ _____ $^\circ$ 。

③ 若 $OF \perp CD$ 于点 O ，求 $\angle BOF$ 的度数。

【答案】 (1) $\angle COP = \angle BOP$; $\angle COB = \angle AOD$

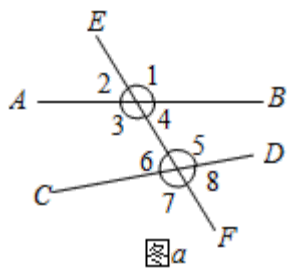
(2) ① 对顶角相等 ; 40

② BOC ; 20

③ $\angle BOF = 50^\circ$ 或 130° 。

【标注】 【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

三、 三线八角



举例

同位角：

两条直线被第三条直线所截，位置____的一对角（两个角分别在两条直线的____一侧，并且在第三条直线的____）叫做同位角。

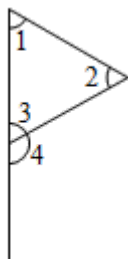
内错角：

两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线____，并且位置____（即分别在第三条直线的____），这样的一对角叫做内错角。

同旁内角：

两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线____，并且在第三条直线的____，这样的一对角叫做同旁内角。

旗帜模型



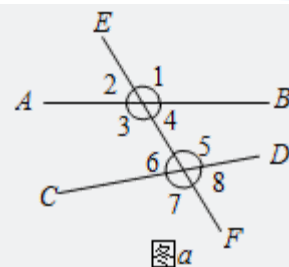
同位角：

内错角：

同旁内角：

【教法备注】

如图，直线 AB ， CD 与 EF 相交（也可以说两条直线 AB ， CD 被第三条直线 EF 所截其中直线 AB 与 CD 叫做被截线，直线 EF 叫做截线），构成八个角。

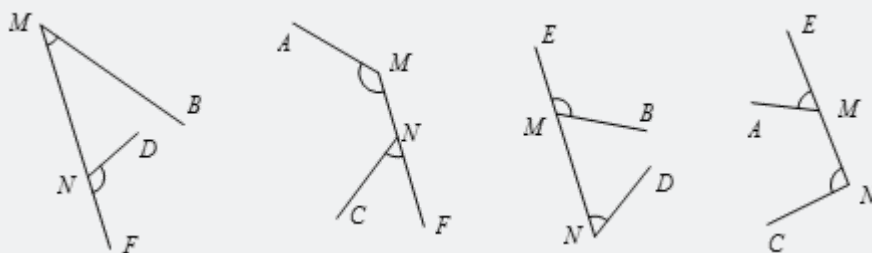


1、同位角：

两条直线被第三条直线所截，位置相同的一对角（两个角分别在两条直线的同一侧，并且在第三条直线的同旁）叫做同位角。如：图a中的 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ ，这两个角分别在直线AB，CD的同一方（上方），并且都在直线EF的同侧（右侧）。

图a中， $\angle 1$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 8$ 都是同位角。

同位角模型——“F”型（倒置）：



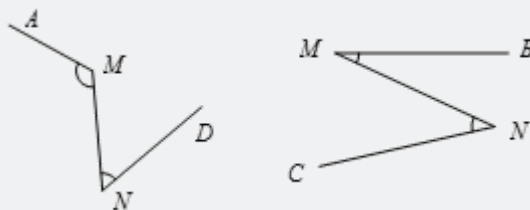
方法：在形如字母“F”的图形中有同位角。

2、内错角：

两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线之间，并且位置交错（即分别在第三条直线的两旁），这样的一对角叫做内错角。如：图a中的 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ ，这两个角都在直线AB，CD之间，并且分别在直线EF的两侧（ $\angle 3$ 在直线EF左侧， $\angle 5$ 在直线EF右侧）。

则图a， $\angle 3$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 6$ 都是内错角。

内错角模型——“Z”型（反置）：



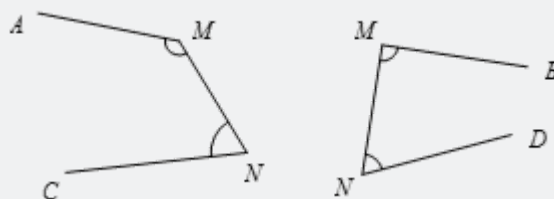
方法：在形如字母“Z”的图形中有内错角。

3、同旁内角：

两条直线被第三条直线所截，两个角都在两条直线之间，并且在第三条直线的同旁，这样的一对角叫做同旁内角。图a中的 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 也都在直线AB，CD之间，但它们在直线EF的同一旁（左侧）。

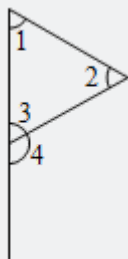
则图a， $\angle 3$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 都是同旁内角。

同旁内角模型——“U”型：



方法：在形如字母“U”的图形中有同旁内角．

【补充】旗帜模型：



同位角： $\angle 1$ 与 $\angle 4$ ；

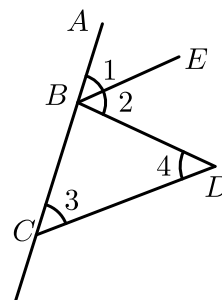
内错角： $\angle 2$ 与 $\angle 4$ ；

同旁内角： $\angle 1$ 与 $\angle 2$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ ．

【规律探究】

例题

20. 如图，用数字表示的 $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ ， $\angle 4$ 各角中，错误的判断是（ ）．

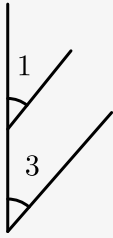


- A. 若将 AC 作为第三条直线，则 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是同位角
- B. 若将 AC 作为第三条直线，则 $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是内错角
- C. 若将 BD 作为第三条直线，则 $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是内错角
- D. 若将 CD 作为第三条直线，则 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是同旁内角

【答案】 B

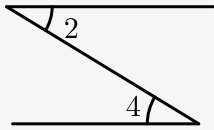
【解析】 将无用的角和线去掉，可以找出是否为三线八角模型．

A．

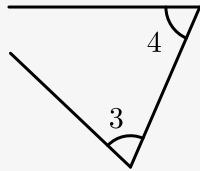


B. $\angle 2, \angle 4$ 的公共边为 BD , 与 AC 无关. 故 B 错误.

C.



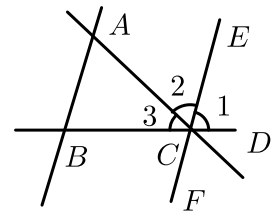
D.



【标注】【知识点】内错角的定义

练习

21. 说出下列各对角分别是哪两条直线被哪一条直线所截形成的什么角.



- (1) $\angle 1$ 和 $\angle ABC$ 是直线 _____, _____ 被直线 _____ 所截形成的 _____ 角.
- (2) $\angle 2$ 和 $\angle BAC$ 是直线 _____, _____ 被直线 _____ 所截形成的 _____ 角.
- (3) $\angle 3$ 和 $\angle ABC$ 是直线 _____, _____ 被直线 _____ 所截形成的 _____ 角.
- (4) $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 是直线 _____, _____ 被直线 _____ 所截形成的 _____ 角.
- (5) $\angle ABC$ 和 $\angle BCE$ 是直线 _____, _____ 被直线 _____ 所截形成的 _____ 角.

【答案】 (1) $AB; EF; BD$; 同位

(2) $AB; EF; AC$; 内错

(3) $AB; AC; BD$; 同旁内

(4) $AB; AC; BD$; 同位

(5) AB ;
 EC
 ; BD ; 同旁内

- 【解析】(1) $\angle 1$ 和 $\angle ABC$ 是直线 AB , EF 被直线 BD 所截形成的同位角 .
 (2) $\angle 2$ 和 $\angle BAC$ 是直线 AB , EF 被直线 AC 所截形成的内错角 .
 (3) $\angle 3$ 和 $\angle ABC$ 是直线 AB , AC 被直线 BD 所截形成的同旁内角 .
 (4) $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 是直线 AB , AC 被直线 BD 所截形成的同位角 .
 (5) $\angle ABC$ 和 $\angle BCE$ 是直线 AB , EC 被直线 BD 所截形成的同旁内角 .

【标注】【知识点】找截线与被截线

22. 回答下列问题 .

- (1) 如图1, 找出图中用数字表示的各角中, 哪些是同位角, 内错角? 哪些是同旁内角 .

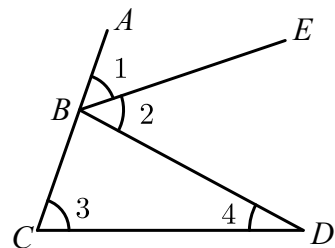


图1

- (2) 如图2, 找出图中用数字表示的各角中, 哪些是同位角, 内错角? 哪些是同旁内角 .

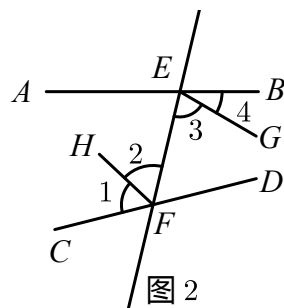


图2

- (3) 如图3, 找出图中用数字表示的各角中, 哪些是同位角, 内错角? 哪些是同旁内角 .

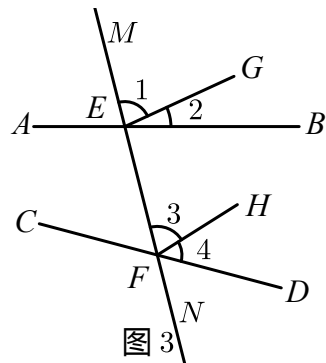


图3

- (4) 指出它们分别是哪两条直线被哪一条直线所截形成的 .

【答案】 (1) 图1：同位角： $\angle 1$ 和 $\angle 3$ ，内错角： $\angle 2$ 和 $\angle 4$ ，同旁内角： $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 。

(2) 图2：同位角：无，内错角： $\angle 2$ 和 $\angle 3$ ，同旁内角：无。

(3) 图3：同位角： $\angle 1$ 和 $\angle 3$ ，内错角：无，同旁内角：无。

(4) 证明见解析。

【解析】 (1) 图1：同位角： $\angle 1$ 和 $\angle 3$ ，内错角： $\angle 2$ 和 $\angle 4$ ，同旁内角： $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 。

(2) 图2：同位角：无，内错角： $\angle 2$ 和 $\angle 3$ ，同旁内角：无。

(3) 图3：同位角： $\angle 1$ 和 $\angle 3$ ，内错角：无，同旁内角：无。

(4) 点评：三线八角的判定技巧：两条直线被第三条直线所截，所形成的三线八角中，究其实质，可简单概括为“F、Z、U”型。(1) “F”型是找同位角的方法，即：

如图 ， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 就是一对同位角，现改变“F”的方向，如图 

  等，各个图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 依然是同位角。(2) “Z”型是找内错角的方法，如图 

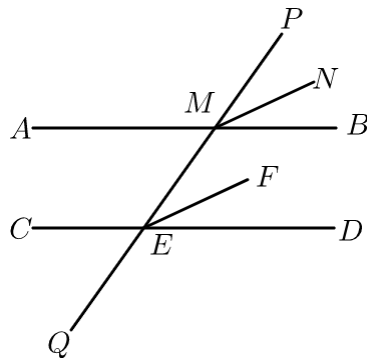
$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 就是一对内错角，改变“Z”的方向后，各个图中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 还是内错角，如   等。(3) “U”型是找同旁内角的方法，如图 

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 就是一对同旁内角，改变“U”的方向后，如   等，各个图中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 还是同旁内角。（仅作参考）

【标注】【知识点】同旁内角的定义

|| 例题

23. 如图，其中同位角有（ ）。



A. 8对

B. 9对

C. 10对

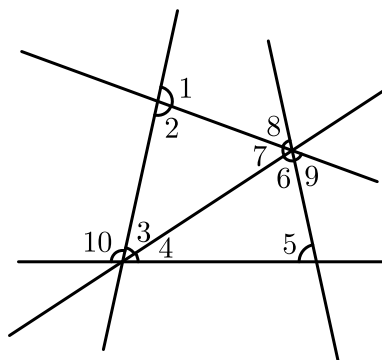
D. 12对

【答案】C

【解析】 $\angle PMB$, $\angle PED$ 是同位角,
 $\angle PMA$, $\angle PEC$ 是同位角,
 $\angle QEC$, $\angle QMA$ 是同位角,
 $\angle QED$, $\angle QMB$ 是同位角,
 $\angle PMN$, $\angle PEF$ 是同位角,
 $\angle QEF$, $\angle QMN$ 是同位角,
 $\angle PMN$, $\angle PED$ 是同位角,
 $\angle QED$, $\angle QMN$ 是同位角,
 $\angle QEF$, $\angle QAB$ 是同位角,
 $\angle PMB$, $\angle PEF$ 是同位角.

【标注】【知识点】同位角的定义

24. 如图所示, 在 $\angle 1 \sim \angle 10$ 这些角中, 有同位角、内错角、同旁内角各几对, 请分别写出来.



【答案】同位角：3对， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 9$ ， $\angle 8$ 与 $\angle 5$ ；

内错角：6对， $\angle 2$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 10$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 5$ 与 $\angle 9$ ， $\angle 1$ 与 $\angle 7$ ；

同旁内角：7对， $\angle 1$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 7$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 5$ 与 $\angle 6$ 。

【解析】同位角：3对， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 9$ ， $\angle 8$ 与 $\angle 5$ ；

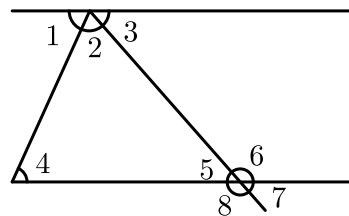
内错角：6对， $\angle 2$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 10$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 5$ 与 $\angle 9$ ， $\angle 1$ 与 $\angle 7$ ；

同旁内角：7对， $\angle 1$ 与 $\angle 8$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 7$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 7$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 6$ ， $\angle 5$ 与 $\angle 6$ 。

【标注】【知识点】同位角、内错角、同旁内角的个数

练习

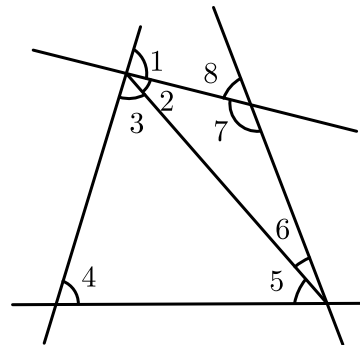
25. 如图，找出图中数字标出的角中的同位角、内错角和同旁内角。



【答案】 同位角有： $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 6$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 8$ ，
内错角有： $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 6$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ ，
同旁内角有： $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 。

【标注】【知识点】同位角、内错角、同旁内角的个数

26. 如图，图中已标出的8个角中，同位角、内错角、同旁内角各有几对？



【答案】 同位角：2对，内错角：4对，同旁内角：7对。

【解析】 同位角： $\angle 1$ 和 $\angle 4$ ， $\angle 8$ 和 $\angle 6$ ，共2对；
内错角： $\angle 2$ 和 $\angle 5$ ， $\angle 3$ 和 $\angle 6$ ， $\angle 1$ 和 $\angle 7$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 8$ 共4对；
同旁内角： $\angle 3$ 和 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 和 $\angle 5$ ， $\angle 3$ 和 $\angle 4$ ， $\angle 1$ 和 $\angle 8$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 6$ ， $\angle 7$ 和 $\angle 6$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 7$ 共7对。

【标注】【知识点】同位角、内错角、同旁内角的个数